

## GUIA DE CRECIMIENTO EXPONENCIAL CUARTO AÑO MEDIO A

**Nombre:** .....

**Fecha:** .....

**Contenidos:**

1.- Crecimiento Exponencial

**Indicadores de Logro:**

1.- Resuelven situaciones problemáticas de crecimiento exponencial

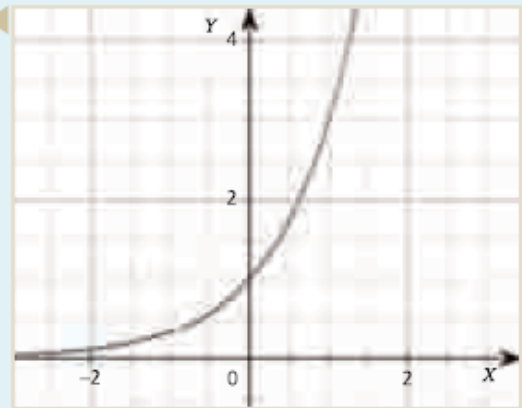
**CRECIMIENTO EXPONENCIAL O GEOMETRICO:** Es la progresión cuyos términos aumentan por multiplicación de una cantidad constante llamada razón, y su grafica es curva grafica es curva. La razón es creciente si la razón es mayor que 1 y decreciente si es menor que 1.

**Ejemplos de crecimiento exponencial:**

- a) 3, 9, 27, 81, 243... Donde su razón es 3
- b) 1/3, 1/9, 1/27, 1/81, 1/243... Donde su razón es 1/3

**Definición de la función crecimiento exponencial:**

- Si el crecimiento de las variables se puede modelar mediante la función  $f(x) = c \cdot a^x$ , con  $c > 0$ ,  $a > 1$ , se dice que crecen exponencialmente, o bien que presentan un crecimiento exponencial. Su gráfica es de la forma:
- En particular, el crecimiento de una población de organismos puede describirse, aproximadamente, por  $P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$ , donde  $P_0$  es el tamaño inicial de una población,  $P(t)$  es la población en el tiempo  $t$  y  $r$  es la tasa de crecimiento relativo expresada como un número decimal.



**Ejemplos:**

1. El número de una determinada especie de pez está dada por la fórmula  $P(t) = 15 \cdot e^{0,015 \cdot t}$ , donde  $t$  se mide en años y  $P(t)$  se mide en millones.
  - a. ¿Cuál es la tasa de crecimiento relativo de la población de peces? Exprésala como porcentaje.
  - b. ¿Cuál será la población de peces después de 8 años?, ¿cómo lo calculaste?
  - c. ¿Dentro de cuántos años el número de peces llegará a la cifra de 45 millones?

**Solución:**

a)  $0,015 \cdot 100 = 1,5\%$ .

*La tasa de crecimiento de la población en peces es de 1,5%*

b)  $P(8) = 15 \cdot e^{0,0158} = 15 \cdot e^{0,12} = 15 \cdot 1,13 = 16,95$ .

*Luego de 8 años la población es aproximadamente de 17 millones de peces*

c)

$$45 = 15 \cdot e^{0,015t} \quad / : 15$$

$$3 = e^{0,015t} \quad / \cdot \ln$$

$$1,1 = 0,015t \quad / : t$$

$$73,3 = t$$

*En aprox. 73 años el número de peces llegará a la cifra de 45 millones*

**2. El crecimiento de organismos en ambientes limitados sigue otro tipo de fórmula o modelo. Por ejemplo, para predecir el número de estudiantes de una universidad que tiene planes de expansión limitada, el modelo usado es:  $P(t) = 1500 \cdot (0,5)^{0,4t}$ , donde  $t$  es el número de años después de abierta la universidad.**

- ¿Qué cantidad de estudiantes había cuando abrió la universidad?
- Después de 2 años de funcionamiento, ¿cuántos estudiantes tiene?
- ¿Dentro de cuántos años el número de estudiantes llegará a 1435?

**Solución:**

a)  $P(0) = 1500 \cdot (0,5)^{0,4 \cdot 0} = 1500 \cdot (0,5)^0 = 1500 \cdot 0,5 = 750$

*La cantidad de estudiantes al abrir la universidad fue de 750.*

b)  $P(2) = 1500 \cdot (0,5)^{0,4 \cdot 2} = 1500 \cdot (0,5)^{0,8} = 1500 \cdot 0,9 = 1350$  estudiantes

*La cantidad de estudiantes al segundo año de funcionamiento es de 1350.*

c)

$$1435 = 1500 \cdot (0,5)^{0,4t} \quad / : 1500$$

$$0,96 = (0,5)^{0,4t} \quad / \cdot \log$$

$$-0,02 = 0,4t \cdot \log 0,5$$

$$-0,02 = 0,4t \cdot -0,3 \quad / : -0,3$$

$$0,06 = 0,4t \quad / \cdot \log$$

$$-1,18 = t \cdot \log 0,4$$

$$-1,18 = t \cdot -0,4 \quad / : -0,4$$

$$2,95 = t$$

*En aprox. 3 años el número de estudiantes llegará a 1435*

## EJERCICIOS

1. Comprueba si las siguientes sucesiones presentan crecimiento geométrico e indica la tasa de crecimiento. **(1 punto cada una)**
  - a) 1, 3, 9, 27, 81, ....
  - b) 1, 2/3, 4/9, 8/27, 16/81.....
  - c) 1/2, 1/10, 1/50, 1/250, 1/1250...
  - d) 4, 2, 1, 1/2, 1/4, ....
  - e) 1, 10<sup>6</sup>, 10<sup>12</sup>, 10<sup>18</sup>, 10<sup>24</sup>.....
  - f) 7, 7<sup>7</sup>, 7<sup>14</sup>, 7<sup>21</sup>, 7<sup>28</sup>.....
  
2. Calcula el Séptimo término de cada una de las sucesiones que presentaron crecimiento geométrico en el ejercicio anterior. **(1 punto cada una)**
  
3. En el año 1992, la población de Chile bordeaba los 15 millones de habitantes y la tasa de crecimiento entre el censo de 1982 y 1992, fue de 1,6% anual. **(1 punto cada una)**
  - a) Escribe la formula que permite calcular el crecimiento de la población.
  - b) ¿En cuánto tiempo se habrá duplicado la población?
  - c) Si la tasa de crecimiento se mantiene en los siguientes, ¿Cuál será la población en el año 2012?
  - d) Estima la población de Chile en el año 1980
  
4. De acuerdo a la siguiente tabla:

| Provincias  | Cantidad de habitantes (1960) | Cantidad de habitantes (1970) |
|-------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Antofagasta | 215.376                       | 250.665                       |
| Santiago    | 2.436.398                     | 3.218.155                     |
| Concepción  | 539.450                       | 638.118                       |
| Magallanes  | 73.426                        | 88.244                        |

- a) Determina las expresiones matemáticas de crecimiento para cada ciudad. **(1 punto cada una)**
- b) Calcula, según estas formulas, la proyeccion para el año 2013 **(1 punto cada una)**